

## Beispiel 1)

### Messier 33 mit einem Newton-Teleskop und einer Monokamera mit LRGB- Filtersatz

Vorgehensweise: (ausführliche Informationen zu den Formeln sind dem Hauptdokument zu entnehmen)

- 1) Berechnung der Elektronen des Himmelhintergrunds mittels folgender Formel:

$$S_H = N_0 * T * QE * \frac{1}{g} * \frac{\pi}{4} * D^2 * (1 - \varepsilon^2) * \left(206,2648 * \frac{P}{f}\right)^2 * \Delta\lambda * 10^{-0,4 * m_H}$$

wobei für  $m_H$  der Wert der Flächenhelligkeit der Lichtverschmutzung eingesetzt wird. Bei den Werten für das Himmelsleuchten von <https://www.lightpollutionmap.info>, durchquert das Licht nicht mehr die Atmosphäre (<https://arxiv.org/pdf/astro-ph/0108052>). Daher spielt in der Formel für  $T$  nur noch die Transmission der Optik eine Rolle.

- 2) Berechnung der Objektelektronen mittels folgender Formel:

$$S_P = N_0 * T * QE * \frac{1}{g} * \frac{\pi}{4} * D^2 * (1 - \varepsilon^2) * \left(206,2648 * \frac{P}{f}\right)^2 * \Delta\lambda * 10^{-0,4 * m_P}$$

wobei für  $m$  der Wert der Flächenhelligkeit des Objekts eingesetzt wird.

- 3) Einsetzen der Elektronenzahl des Himmelhintergrunds von 1) in folgende Formel, um die Belichtungszeit für hintergrundlimitierte Aufnahmen zu ermitteln:

$$t_H = \frac{1}{\left(\frac{100 + E}{100}\right)^2 - 1} * \frac{R_A^2}{S_H}$$

- 4) Berechnung der benötigten Bilderanzahl für hintergrundlimitierte Aufnahmen und vorgegebenen SNR, wenn  $S_H$ ,  $S_P$  und  $t_H$  in folgende Formel eingesetzt werden:

$$N_P = SNR^2 * \frac{(S_P * t_H) + (S_H * t_H) + (S_D * t_H) + R_A^2}{S_P^2 * t_H^2}$$

- 5) Überprüfung, ob bei der verwendeten Verstärkung und hintergrundlimitierter Belichtungszeit die Full Well Capacity überschritten wurde:

$$S_{FWC} = (S_P + S_H + S_D) * t < FWC$$

Gegeben:

**Allgemeine Bedingungen:**

$$N_B = 13.402 * 1,2 = 16.082 \frac{\text{Photonen}}{\text{cm}^2 \text{ s nm}} \text{ (Beleuchtungsstärke von Vega im B-Band bei 436 nm)}$$

$$N_V = 10.052 \frac{\text{Photonen}}{\text{cm}^2 \text{ s nm}} \text{ (Beleuchtungsstärke von Vega im V-Band bei 545 nm)}$$

$$N_R = 7.187 \frac{\text{Photonen}}{\text{cm}^2 \text{ s nm}} \text{ (Beleuchtungsstärke von Vega im R-Band bei 641 nm)}$$

$$N_L = 11.777 \frac{\text{Photonen}}{\text{cm}^2 \text{ s nm}} \text{ (Beleuchtungsstärke von Vega gemittelt über die drei Bänder)}$$

$$T_{\text{Atm}_B} = 0,627 \text{ (0,507 mag im B-Band (Annahme: konstant verteilt) bei einer Objekthöhe von } 60^\circ \text{ über dem Horizont)}$$

$$T_{\text{Atm}_V} = 0,777 \text{ (0,273 mag im V-Band (Annahme: konstant verteilt) bei einer Objekthöhe von } 60^\circ \text{ über dem Horizont)}$$

$$T_{\text{Atm}_R} = 0,841 \text{ (0,187 mag im R-Band bei (Annahme: konstant verteilt) bei einer Objekthöhe von } 60^\circ \text{ über dem Horizont)}$$

$$T_{\text{Atm}_L} = 0,743 \text{ (0,323 mag (Mittelung der drei Transmissionen der drei Frequenzbänder) bei Luminanz bei einer Objekthöhe von } 60^\circ \text{ über dem Horizont)}$$

$$m_H = 20,5 \frac{\text{mag}}{\text{arcsec}^2} \text{ (Annahme: konstant über den gesamten Frequenzbereich)}$$

**Teleskop: 250/1000 Newton**

$$T = 0,667 (t_{\text{Linseflächen}}^n * r_{\text{Spiegelflächen}}^n - \text{Newtonteleskop mit zwei Spiegelflächen mit einer Reflektivität von } r = 0,9, \text{ vier Glasflächen mit einer Transmission } t = 0,96 \text{ (ein Flattener und ein Schutzglas vor dem Chip), ein Filter mit einer Gesamttransmission von 97\%})$$

$$\varepsilon = 0,15 \text{ (15\% Obstruktion)}$$

$$D = 25 \text{ cm (250 mm Teleskopöffnung)}$$

$$f = 1.000 \text{ mm}$$

**Kamera und Filter: ZWO ASI294MM Pro (<https://www.zwoastro.com/product/asi294/>)**

$$QE_B \approx 0,80 \text{ (für 80\% Quanteneffizienz im B-Band) (<http://www.astrosurf.com/buil/asi294mm.html>)}$$

$$QE_V \approx 0,75 \text{ (für 75\% Quanteneffizienz im V-Band) (<http://www.astrosurf.com/buil/asi294mm.html>)}$$

$$QE_R \approx 0,57 \text{ (für 57\% Quanteneffizienz im R-Band) (<http://www.astrosurf.com/buil/asi294mm.html>)}$$

$$QE \approx 0,71 \text{ (für 71\% Quanteneffizienz der Kamera gemittelt über den gesamten Wellenlängenbereich)}$$

$$g = 1 \frac{e^-}{ADU} \text{ (unity gain bei gain von 120)}$$

$$R_A = 1,9 e^- \text{ (RMS) (bei gain = 120)}$$

$$P = 4,63 \mu\text{m}$$

$$S_D = 0,019 \frac{e^-}{\text{Pixel s}} \text{ (bei } 0^\circ\text{C)}$$

$$FWC = 15.000 e^- \text{ (bei gain = 120)}$$

$$\Delta\lambda = 320 \text{ nm (Luminanzfilter)}$$

$$\Delta\lambda = \text{je } 100 \text{ nm (R-G-B-Filter)}$$

## Objektdate: Messier 33

Scheinbare Größe: 70,8' x 41,7' (<https://de.wikipedia.org/wiki/Dreiecksnebel>)

$$m_{PB} = 6,27 \text{ mag (B-Band)} \rightarrow 23,84 \frac{\text{mag}}{\text{arcsec}^2}$$

$$m_{PV} = 5,72 \text{ mag (V-Band)} \rightarrow 23,29 \frac{\text{mag}}{\text{arcsec}^2}$$

$$m_{PR} = 6,96 \text{ mag (R-Band)} \rightarrow 24,53 \frac{\text{mag}}{\text{arcsec}^2}$$

[https://ned.ipac.caltech.edu/cgi-bin/datasearch?search\\_type=Photo\\_id&objid=58193&objname=MESSIER%20033&img\\_stamp=YES&hconst=73.0&omegam=0.27&omegav=0.73&corr\\_z=1&of=table](https://ned.ipac.caltech.edu/cgi-bin/datasearch?search_type=Photo_id&objid=58193&objname=MESSIER%20033&img_stamp=YES&hconst=73.0&omegam=0.27&omegav=0.73&corr_z=1&of=table)

In der Astronomie werden die Magnituden nicht mathematisch gemittelt, wenn die Helligkeiten mehrerer Objekte summiert werden sollen. Das liegt daran, dass die Magnitude als Angabe der Helligkeit den Photonenfluss wiedergibt, und mehrere Objekte somit zusammen heller erscheinen als im Mittel. Die Formel dazu lautet: ([https://de.wikipedia.org/wiki/Scheinbare\\_Helligkeit](https://de.wikipedia.org/wiki/Scheinbare_Helligkeit))

$$m_{ges} = -2,5 * \log \left( \sum_{i=1}^n 10^{-0,4*m_i} \right)$$

Bezogen auf die drei Frequenzbänder bedeutet dies, dass im neu erhalten Magnitudenwert alle drei Photonenflüsse enthalten sind. Diese Erhöhung geht aber schon über die große Bandbreite des Luminanzfilters mit 320nm in die Formel von Schroeder ein. Soll die astronomische Magnitudensumme verwendet werden, muss dafür somit die Bandbreite des Filters durch die Anzahl der eingehenden Frequenzbänder dividiert werden. Da dies als Bandbreitenangabe für einen Luminanzfilter zu irreführend ist, wird hier als Magnitudenwert der rein mathematische Mittelwert der Magnitudenzahlen verwendet, und die Erhöhung der Photonen gelangt über die große Bandbreite des Luminanzfilters in die Gleichung.

$$m_{PL} = 6,32 \text{ mag (Luminanz)} \rightarrow 23,88 \frac{\text{mag}}{\text{arcsec}^2} \text{ (wie oben beschrieben, rein mathematische Mittelung)}$$

### Schritt 1) Berechnung der Elektronen des Himmelhintergrunds: → T<sub>Atm</sub> entfällt

Luminanzfilter: ( $\Delta\lambda = 320 \text{ nm}$ )

$$S_{H\_Lum} = 11.107 * 0,667 * 0,71 * \frac{1}{1} * \frac{\pi}{4} * 25^2 * (1 - 0,15^2) * \left( 206,2648 * \frac{4,63}{1.000} \right)^2 * 320 * 10^{-0,4*20,5}$$
$$S_{H\_Lum} = 4,6280359 \frac{e^-}{\text{Pixel } s}$$

B-Filter: ( $\Delta\lambda = 100 \text{ nm}$ )

$$S_{H\_B} = 16.082 * 0,667 * 0,80 * \frac{1}{1} * \frac{\pi}{4} * 25^2 * (1 - 0,15^2) * \left( 206,2648 * \frac{4,63}{1.000} \right)^2 * 100 * 10^{-0,4*20,5}$$
$$S_{H\_B} = 2,3707066 \frac{e^-}{\text{Pixel } s}$$

V-Filter: ( $\Delta\lambda = 100$  nm)

$$S_{H_V} = 10.052 * 0,667 * 0,75 * \frac{1}{1} * \frac{\pi}{4} * 25^2 * (1 - 0,15^2) * \left(206,2648 * \frac{4,63}{1.000}\right)^2 * 100 * 10^{-0,4*20,5}$$
$$S_{H_V} = 1,3891411 \frac{e^-}{Pixel\ s}$$

R-Filter: ( $\Delta\lambda = 100$  nm)

$$S_{H_R} = 7.187 * 0,667 * 0,57 * \frac{1}{1} * \frac{\pi}{4} * 25^2 * (1 - 0,15^2) * \left(206,2648 * \frac{4,63}{1.000}\right)^2 * 100 * 10^{-0,4*20,5}$$
$$S_{H_R} = 0,7548035 \frac{e^-}{Pixel\ s}$$

**Schritt 2) Berechnung der Objektelektronen:**

Luminanzfilter: ( $\Delta\lambda = 320$  nm)

$$S_{P_{Lum}} = 11.107 * (0,743 * 0,667) * 0,71 * \frac{1}{1} * \frac{\pi}{4} * 25^2 * (1 - 0,15^2) * \left(206,2648 * \frac{4,63}{1.000}\right)^2 * 320 * 10^{-0,4*23,88}$$
$$S_{P_{Lum}} = 0,1524769 \frac{e^-}{Pixel\ s}$$

B-Filter: ( $\Delta\lambda = 100$  nm, und Multiplikation von  $N_0$  mit 1,2)

$$S_{P_B} = 16.082 * (0,627 * 0,667) * 0,80 * \frac{1}{1} * \frac{\pi}{4} * 25^2 * (1 - 0,15^2) * \left(206,2648 * \frac{4,63}{1.000}\right)^2 * 100 * 10^{-0,4*23,84}$$
$$S_{P_B} = 0,0687878 \frac{e^-}{Pixel\ s}$$

V-Filter: ( $\Delta\lambda = 100$  nm)

$$S_{P_V} = 10.052 * (0,777 * 0,667) * 0,75 * \frac{1}{1} * \frac{\pi}{4} * 25^2 * (1 - 0,15^2) * \left(206,2648 * \frac{4,63}{1.000}\right)^2 * 100 * 10^{-0,4*23,29}$$
$$S_{P_V} = 0,0829788 \frac{e^-}{Pixel\ s}$$

R-Filter: ( $\Delta\lambda = 100$  nm)

$$S_{P_R} = 7.187 * (0,841 * 0,667) * 0,57 * \frac{1}{1} * \frac{\pi}{4} * 25^2 * (1 - 0,15^2) * \left(206,2648 * \frac{4,63}{1.000}\right)^2 * 100 * 10^{-0,4*24,53}$$
$$S_{P_R} = 0,0155740 \frac{e^-}{Pixel\ s}$$

### Schritt 3) Berechnung der Belichtungszeit für hintergrundlimitierte Aufnahmen:

E = 5%

$$t_{H\_Lum} = \frac{1}{\left(\frac{100+5}{100}\right)^2 - 1} * \frac{1,9^2}{4,6280359} = 7,61 \text{ s}$$

$$t_{H\_B} = \frac{1}{\left(\frac{100+5}{100}\right)^2 - 1} * \frac{1,9^2}{2,3707066} = 14,86 \text{ s}$$

$$t_{H\_V} = \frac{1}{\left(\frac{100+5}{100}\right)^2 - 1} * \frac{1,9^2}{1,3891411} = 25,35 \text{ s}$$

$$t_{H\_R} = \frac{1}{\left(\frac{100+5}{100}\right)^2 - 1} * \frac{1,9^2}{0,7548035} = 46,66 \text{ s}$$

### Schritt 4) Berechnung der benötigten Bilderanzahl für hintergrundlimitierte Aufnahmen:

SNR<sub>Lum</sub> = 5, SNR<sub>B</sub> = 5, SNR<sub>V</sub> = 5, SNR<sub>R</sub> = 3

$$N_{P\_Lum} = 5^2 * \frac{(0,1524769 * 7,61) + (4,6280359 * 7,61) + (0,019 * 7,61) + 1,9^2}{0,1524769^2 * 7,61^2}$$

N<sub>P\_Lum</sub> = 745 Aufnahmen mit einer Belichtungszeit von 7,61 s → 94,5 min oder 1,6 h

$$N_{P\_B} = 5^2 * \frac{(0,0687878 * 14,86) + (2,3707066 * 14,86) + (0,019 * 14,86) + 1,9^2}{0,0687878^2 * 14,86^2}$$

N<sub>P\_B</sub> = 961 Aufnahmen mit einer Belichtungszeit von 14,86 s → 237,9 min oder 4,0 h

$$N_{P\_V} = 5^2 * \frac{(0,0829788 * 25,35) + (1,3891411 * 25,35) + (0,019 * 25,35) + 1,9^2}{0,0829788^2 * 25,35^2}$$

N<sub>P\_V</sub> = 234 Aufnahmen mit einer Belichtungszeit von 25,35 s → 104,1 min oder 1,7 h

$$N_{P\_R} = 3^2 * \frac{(0,0155740 * 46,66) + (0,7548035 * 46,66) + (0,019 * 46,66) + 1,9^2}{0,0155740^2 * 46,66^2}$$

N<sub>P\_R</sub> = 689 Aufnahmen mit einer Belichtungszeit von 46,66 s → 536,0 min oder 8,9 h

**Schritt 5) Überprüfung der Full Well Capacity:**

$$S_{FWC_{Lum}} = (0,1524769 + 4,6280359 + 0,019) * 7,61 = 36,5 < FWC$$

$$S_{FWC_B} = (0,0687878 + 2,3707066 + 0,019) * 14,86 = 36,5 < FWC$$

$$S_{FWC_V} = (0,0829788 + 1,3891411 + 0,019) * 25,35 = 37,8 < FWC$$

$$S_{FWC_R} = (0,0155740 + 0,7548035 + 0,019) * 46,66 = 36,8 < FWC$$