

Beispiel 2)

Messier 33 mit einem Newton-Teleskop und einer Farbkamera (OSC)

Durch die Bayermatrix sitzen vor jedem Pixel schon R-, G- oder B-Filter. Es wird der einfachhalthalber angenommen, dass jeder Filter eine Bandbreite von 100 nm hat. Des Weiteren wird angenommen, dass die Quanteneffizienz um ca. 10% unterhalb der Monovariante liegt, da das Licht durch die Bayermatrix geht und dabei zwei Grenzflächen passiert. (Die Quanteneffizienz des Chips verändert sich durch die Bayermatrix aber nicht.) Die Quanteneffizienz der einzelnen Farbbänder wird gemittelt und anschließend die 10% subtrahiert. Da die benachbarten Farbpixel (RGGB) intern zu einem Pixel zusammengefasst werden, wird für die Berechnung näherungsweise das V-Band verwendet.

Vorgehensweise: (ausführliche Informationen zu den Formeln sind dem Hauptdokument zu entnehmen)

- 1) Berechnung der Elektronen des Himmelhintergrunds mittels folgender Formel:

$$S_H = N_0 * T * QE * \frac{1}{g} * \frac{\pi}{4} * D^2 * (1 - \varepsilon^2) * \left(206,2648 * \frac{P}{f}\right)^2 * \Delta\lambda * 10^{-0,4*m_H}$$

wobei für m_H der Wert der Flächenhelligkeit der Lichtverschmutzung eingesetzt wird. Bei den Werten für das Himmelsleuchten von <https://www.lightpollutionmap.info>, durchquert das Licht nicht mehr die Atmosphäre (<https://arxiv.org/pdf/astro-ph/0108052>). Daher spielt in der Formel für T nur noch die Transmission der Optik eine Rolle.

- 2) Berechnung der Objektelektronen mittels folgender Formel:

$$S_P = N_0 * T * QE * \frac{1}{g} * \frac{\pi}{4} * D^2 * (1 - \varepsilon^2) * \left(206,2648 * \frac{P}{f}\right)^2 * \Delta\lambda * 10^{-0,4*m_P}$$

wobei für m der Wert der Flächenhelligkeit des Objekts eingesetzt wird.

- 3) Einsetzen der Elektronenzahl des Himmelhintergrunds von 1) in folgende Formel, um die Belichtungszeit für hintergrundlimitierte Aufnahmen zu ermitteln:

$$t_H = \frac{1}{\left(\frac{100 + E}{100}\right)^2 - 1} * \frac{R_A^2}{S_H}$$

- 4) Berechnung der benötigten Bilderanzahl für hintergrundlimitierte Aufnahmen und vorgegebenen SNR, wenn S_H , S_P und t_H in folgende Formel eingesetzt werden:

$$N_P = SNR^2 * \frac{(S_P * t_H) + (S_H * t_H) + (S_D * t_H) + R_A^2}{S_P^2 * t_H^2}$$

- 5) Überprüfung, ob bei der verwendeten Verstärkung und hintergrundlimitierter Belichtungszeit die Full Well Capacity überschritten wurde:

$$S_{FWC} = (S_P + S_H + S_D) * t < FWC$$

Gegeben:

Allgemeine Bedingungen:

$$N_V = 10.052 \frac{\text{Photonen}}{\text{cm}^2 \text{ s nm}} \text{ (Beleuchtungsstärke von Vega im V-Band bei 545 nm)}$$

$$T_{\text{Atm}_V} = 0,777 \text{ (0,273 mag im V-Band bei (Annahme: konstant verteilt) bei einer Objekthöhe von } 60^\circ \text{ über dem Horizont)}$$

$$m_H = 20,5 \frac{\text{mag}}{\text{arcsec}^2} \text{ (Annahme: konstant über den gesamten Frequenzbereich)}$$

Teleskop: 250/1000 Newton

$T = 0,667$ ($t_{\text{Linsenflächen}}^n * r_{\text{Spiegelflächen}}^n$ – Newtonteleskop mit zwei Spiegelflächen mit einer Reflektivität von $r = 0,9$, vier Glasflächen mit einer Transmission $t=0,96$ (ein Flattener und ein Schutzglas vor dem Chip), ein Filter mit einer Gesamttransmission von 97%); (die Bayermatrix ist schon über die Quanteneffizienz verrechnet)

$$\varepsilon = 0,15 \text{ (15\% Obstruktion)}$$

$$D = 25 \text{ cm (250 mm Teleskopöffnung)}$$

$$f = 1.000 \text{ mm}$$

Kamera und Filter: ZWO ASI294MC Pro (<https://www.zwoastro.com/product/asi294/>)

$QE \approx 0,61$ (71% Quanteneffizienz gemittelt aus Mono-Variante minus 10% wegen Bayermatrix)

$$g = 1 \frac{e^-}{ADU} \text{ (unity gain bei gain von 117)}$$

$$R_A = 5,9 e^- \text{ (RMS) (bei gain = 117)}$$

$$P = 4,63 \mu\text{m}$$

$$S_D = 0,019 \frac{e^-}{\text{Pixel s}} \text{ (bei } 0^\circ\text{C)}$$

$$FWC = 15.000 e^- \text{ (bei gain = 117)}$$

$$\Delta\lambda = 100 \text{ nm}$$

Objektdaten: Messier 33

Scheinbare Größe: $70,8' \times 41,7'$ (<https://de.wikipedia.org/wiki/Dreiecksnebel>)

$$m_{PV} = 5,72 \text{ mag (V-Band)} \rightarrow 23,29 \frac{\text{mag}}{\text{arcsec}^2}$$

[https://ned.ipac.caltech.edu/cgi-](https://ned.ipac.caltech.edu/cgi-bin/datasearch?search_type=Photo_id&objid=58193&objname=MESSIER%20033&img_stamp=YES&hconst=73.0&omegam=0.27&omegav=0.73&corr_z=1&of=table)

[bin/datasearch?search_type=Photo_id&objid=58193&objname=MESSIER%20033&img_stamp=YES&hconst=73.0&omegam=0.27&omegav=0.73&corr_z=1&of=table](https://ned.ipac.caltech.edu/cgi-bin/datasearch?search_type=Photo_id&objid=58193&objname=MESSIER%20033&img_stamp=YES&hconst=73.0&omegam=0.27&omegav=0.73&corr_z=1&of=table)

Schritt 1) Berechnung der Elektronen des Himmelhintergrunds: → T_{Atm} entfällt

$$S_{H_V} = 10.052 * 0,667 * 0,61 * \frac{1}{1} * \frac{\pi}{4} * 25^2 * (1 - 0,15^2) * \left(206,2648 * \frac{4,63}{1.000}\right)^2 * 100 * 10^{-0,4 * 20,5}$$
$$S_{H_V} = 1,1236608 \frac{e^-}{Pixel\ s}$$

Schritt 2) Berechnung der Objektelektronen:

$$S_{P_V} = 10.052 * (0,777 * 0,667) * \frac{1}{1} * 0,61 * \frac{\pi}{4} * 25^2 * (1 - 0,15^2) * \left(206,2648 * \frac{4,63}{1.000}\right)^2 * 100 * 10^{-0,4 * 23,29}$$
$$S_{P_V} = 0,0671206 \frac{e^-}{Pixel\ s}$$

Schritt 3) Berechnung der Belichtungszeit für hintergrundlimitierte Aufnahmen:

E = 5%

$$t_{H_V} = \frac{1}{\left(\frac{100 + 5}{100}\right)^2 - 1} * \frac{5,9^2}{1,1236608} = 302,23\ s$$

Schritt 4) Berechnung der benötigten Bilderanzahl für hintergrundlimitierte Aufnahmen:

SNR = 5

$$N_{P_V} = 10^2 * \frac{(0,0637715 * 302,23) + (1,0675936 * 302,23) + (0,019 * 302,23) + 5,9^2}{0,0637715^2 * 302,23^2}$$

N_{P_V} = 24 Aufnahmen mit einer Belichtungszeit von 302,23 s → 122,5 min oder 2,0 h

Schritt 5) Überprüfung der Full Well Capacity:

$$S_{FWC_V} = (0,0671206 + 1,1236608 + 0,019) * 302,23 = 365,6 < FWC$$