

Beispiel 3)

Messier 8 (Lagunennebel) mit einem Refraktor und einer Monokamera mit 12 nm-Filter

Vorgehensweise: (ausführliche Informationen zu den Formeln sind dem Hauptdokument zu entnehmen)

- 1) Berechnung der Elektronen des Himmelhintergrunds mit folgender Formel:

$$S_H = N_0 * T * QE * \frac{1}{g} * \frac{\pi}{4} * D^2 * (1 - \varepsilon^2) * \left(206,2648 * \frac{P}{f}\right)^2 * \Delta\lambda * 10^{-0,4*m_H}$$

wobei für m_H der Wert der Flächenhelligkeit der Lichtverschmutzung eingesetzt wird.

Bei den Werten für das Himmelsleuchten von <https://www.lightpollutionmap.info>, durchquert das Licht nicht mehr die Atmosphäre (<https://arxiv.org/pdf/astro-ph/0108052>). Daher spielt in der Formel für T nur noch die Transmission der Optik eine Rolle.

Es werden hierbei für N_0 die Werte des Frequenzbandes eingesetzt, bei denen der Filter besonders „effektiv“ ist.

Hell-Filter → N_0 aus **B-Band** (dieses Mal nicht multipliziert mit 1,2, weil nur eine sehr schmale Bandbreite betrachtet wird)

H β -Filter → N_0 aus **B-Band** (dieses Mal nicht multipliziert mit 1,2, weil nur eine sehr schmale Bandbreite betrachtet wird)

OIII-Filter → N_0 aus **V-Band**

Hel-Filter → N_0 aus **R-Band**

H α -Filter → N_0 aus **R-Band**

NII-Filter → N_0 aus **R-Band**

SII-Filter → N_0 aus **R-Band**

- 2) Berechnung der Objektelektronen mit folgender Formel:

$$S_P = \frac{F_\lambda}{A_{obj}} * T * QE * \frac{1}{g} * \frac{\pi}{4} * D^2 * (1 - \varepsilon^2) * \left(206,2648 * \frac{P}{f}\right)^2$$

wobei F_λ für einen Emissionsnebel über die folgenden Formeln abgeschätzt wird:

$$F_\lambda = \frac{N_0 \left[\frac{\text{Photonen}}{\text{cm}^2 \text{ s}}\right] * 10^{-0,4*m}}{\sum T_{\lambda_B} * r_{\lambda_B}} * r_\lambda$$

- 3) Einsetzen der Elektronenzahl des Himmelhintergrunds von 1) in folgende Formel, um die Belichtungszeit für hintergrundlimitierte Aufnahmen zu ermitteln:

$$t_H = \frac{1}{\left(\frac{100 + E}{100}\right)^2 - 1} * \frac{R_A^2}{S_H}$$

- 4) Berechnung der benötigten Bilderanzahl für hintergrundlimitierte Aufnahmen und vorgegebenen SNR, wenn S_H , S_P und t_H in folgende Formel eingesetzt werden:

$$N_P = SNR^2 * \frac{(S_P * t_H) + (S_H * t_H) + (S_D * t_H) + R_A^2}{S_P^2 * t_H^2}$$

- 5) Überprüfung, ob bei der verwendeten Verstärkung und hintergrundlimitierter Belichtungszeit die Full Well Capacity überschritten wurde:

$$S_{FWC} = (S_P + S_H + S_D) * t < FWC$$

Gegeben:

Allgemeine Bedingungen:

$$N_V = 10.052 \frac{\text{Photonen}}{\text{cm}^2 \text{ s nm}} \text{ (Beleuchtungsstärke von Vega im V-Band bei 545 nm)}$$

$$N_R = 7.187 \frac{\text{Photonen}}{\text{cm}^2 \text{ s nm}} \text{ (Beleuchtungsstärke von Vega im R-Band bei 641 nm)}$$

$$T_{\text{Atm_OIII}} = 0,730 \text{ (0,341 mag bei 500,7 nm bei einer Objekthöhe von } 60^\circ \text{ über dem Horizont)}$$

$$T_{\text{Atm_H}\alpha} = 0,849 \text{ (0,178 mag bei 656,3 nm bei einer Objekthöhe von } 60^\circ \text{ über dem Horizont)}$$

$$T_{\text{Atm_SII}} = 0,855 \text{ (0,170 mag im R-Band bei 671,7 nm bei einer Objekthöhe von } 60^\circ \text{ über dem Horizont)}$$

$$m_H = 20,5 \frac{\text{mag}}{\text{arcsec}^2} \text{ (Annahme: konstant über den gesamten Frequenzbereich)}$$

Teleskop: 80/480 Apochromatischer Refraktor

$T = 0,645$ ($t_{\text{Linsenflächen}}^n$ – Refraktor mit sechs Glasflächen (drei Linsen mit einer Transmission $t=0,96$, ein Flattener, ein Schutzglas vor dem Chip) und ein H α -, OIII- oder SII-Filter mit einer Gesamttransmission von 97%)

$\epsilon = 0$ (0% Obstruktion)

$D = 8$ cm (80 mm Teleskopöffnung)

$f = 480$ mm

Kamera und Filter: ZWO ASI294MM Pro (<https://www.zwoastro.com/product/asi294/>)

$QE_{\text{OIII}} \approx 0,84$ (84% Quanteneffizienz im OIII-Bereich) (<http://www.astrosurf.com/buil/asi294mm.html>)

$QE_{\text{H}\alpha} \approx 0,54$ (54% Quanteneffizienz im H α -Bereich) (<http://www.astrosurf.com/buil/asi294mm.html>)

$QE_{\text{SII}} \approx 0,52$ (52% Quanteneffizienz im SII-Bereich) (<http://www.astrosurf.com/buil/asi294mm.html>)

$g = 1 \frac{e^-}{\text{ADU}}$ (unity gain bei gain von 120)

$R_A = 1,9 e^-$ (RMS) (bei gain = 120)

$P = 4,63 \mu\text{m}$

$S_D = 0,019 \frac{e^-}{\text{Pixel s}}$ (bei 0°C)

$FWC = 15.000 e^-$ (bei gain = 120)

$\Delta\lambda = 12$ nm (für Himmel; wegen der Filterbandbreite des Schmalbandfilters)

Objekt Daten: Messier 8

Scheinbare Größe: 90' x 35' (5.400" x 2.100") → Fläche A_{obj} : 11.340.000 arcsec²

(<https://de.wikipedia.org/wiki/Lagunennebel>)

$m_{\text{PV}} = 6$ mag (V-Band) (<https://de.wikipedia.org/wiki/Lagunennebel>)

Verhältnis OIII : Ha : SII = 0,3 : 0,5 : 0,2 (abgeschätzt durch Emissionslinienbilder von dieser Seite:

<https://cosgrovescosmos.com/projects/messier-8-lagoon-nebula-hubble-sho>)

Hierbei gelangt eine gewisse Ungenauigkeit in die Rechnung, da a) die Verhältnisschätzung nicht sehr genau ist, und b) nicht garantiert werden kann, dass nur diese Emissionslinien die Magnitudenhelligkeit verursachen.

Schritt 1) Berechnung der Elektronen des Himmelshintergrunds: → T_{Atm} entfällt

V-Band mit OIII-Filter: ($\Delta\lambda = 12$ nm) (wegen Filterdurchlassbereich ist QE leicht geändert gegenüber breitbandiger Beobachtung)

$$S_{H_OIII} = 10.052 * 0,645 * 0,84 * \frac{1}{1} * \frac{\pi}{4} * 8^2 * (1 - 0^2) * \left(206,2648 * \frac{4,63}{480}\right)^2 * 12 * 10^{-0,4*20,5}$$
$$S_{H_OIII} = 0,0820330 \frac{e}{\text{Pixel s}}$$

R-Band mit H α -Filter: ($\Delta\lambda = 12$ nm) (wegen Filterdurchlassbereich ist QE leicht geändert gegenüber breitbandiger Beobachtung)

$$S_{H_H\alpha} = 7.187 * 0,645 * 0,54 * \frac{1}{1} * \frac{\pi}{4} * 8^2 * (1 - 0^2) * \left(206,2648 * \frac{4,63}{480}\right)^2 * 12 * 10^{-0,4*20,5}$$
$$S_{H_H\alpha} = 0,0377031 \frac{e^-}{\text{Pixel s}}$$

R-Band mit SII-Filter: ($\Delta\lambda = 12$ nm) (wegen Filterdurchlassbereich ist QE leicht geändert gegenüber breitbandiger Beobachtung)

$$S_{H_SII} = 7.187 * 0,645 * 0,52 * \frac{1}{1} * \frac{\pi}{4} * 8^2 * (1 - 0^2) * \left(206,2648 * \frac{4,63}{480}\right)^2 * 12 * 10^{-0,4*20,5}$$
$$S_{H_SII} = 0,0363067 \frac{e^-}{\text{Pixel s}}$$

Schritt 2) Berechnung der Objektelektronen:

$$F_{OIII} = \frac{844.353,2998 \frac{\text{Photonen}}{\text{cm}^2 \text{s}} * 10^{-0,4*6}}{0,08 * 0 + 0,76 * 0,3 + 0,60 * 0 + 0,05 * 0,5 + 0,04 * 0 + 0,02 * 0,2} * 0,3 = 3.923,8494529 \frac{\text{Photonen}}{\text{cm}^2 \text{s}}$$

$$F_{H\alpha} = \frac{844.353,2998 \frac{\text{Photonen}}{\text{cm}^2 \text{s}} * 10^{-0,4*6}}{0,08 * 0 + 0,76 * 0,3 + 0,60 * 0 + 0,05 * 0,5 + 0,04 * 0 + 0,02 * 0,2} * 0,5 = 6.539,7490882 \frac{\text{Photonen}}{\text{cm}^2 \text{s}}$$

$$F_{SII} = \frac{844.353,2998 \frac{\text{Photonen}}{\text{cm}^2 \text{ s}} * 10^{-0,4*6}}{0,08 * 0 + 0,76 * 0,3 + 0,60 * 0 + 0,05 * 0,5 + 0,04 * 0 + 0,02 * 0,2} * 0,2 = 2.615,8996353 \frac{\text{Photonen}}{\text{cm}^2 \text{ s}}$$

OIII-Filter: ($F_{OIII} = 3.923,8494529 \frac{\text{Photonen}}{\text{cm}^2 \text{ s}}$)

$$S_{P_OIII} = \frac{3.923,8494529}{11.340.000} * (0,730 * 0,645) * 0,84 * \frac{1}{1} * \frac{\pi}{4} * 8^2 * (1 - 0^2) * \left(206,2648 * \frac{4,63}{480}\right)^2$$

$$S_{P_OIII} = 0,0272445 \frac{e^-}{\text{Pixel s}}$$

H α -Filter: ($F_{H\alpha} = 6.539,7490882 \frac{\text{Photonen}}{\text{cm}^2 \text{ s}}$)

$$S_{P_H\alpha} = \frac{6.539,7490882}{11.340.000} * (0,849 * 0,645) * 0,54 * \frac{1}{1} * \frac{\pi}{4} * 8^2 * (1 - 0^2) * \left(206,2648 * \frac{4,63}{480}\right)^2$$

$$S_{P_H\alpha} = 0,0339092 \frac{e^-}{\text{Pixel s}}$$

SII-Filter: ($F_{SII} = 2.615,8996353 \frac{\text{Photonen}}{\text{cm}^2 \text{ s}}$)

$$S_{P_SII} = \frac{2.615,8996353}{11.340.000} * (0,855 * 0,645) * 0,52 * \frac{1}{1} * \frac{\pi}{4} * 8^2 * (1 - 0^2) * \left(206,2648 * \frac{4,63}{480}\right)^2$$

$$S_{P_SII} = 0,0131621 \frac{e^-}{\text{Pixel s}}$$

Schritt 3) Berechnung der Belichtungszeit für hintergrundlimitierte Aufnahmen:

E = 5%

$$t_{H_OIII} = \frac{1}{\left(\frac{100+5}{100}\right)^2 - 1} * \frac{1,9^2}{0,0820330} = 429,33 \text{ s}$$

$$t_{H_H\alpha} = \frac{1}{\left(\frac{100+5}{100}\right)^2 - 1} * \frac{1,9^2}{0,0377031} = 934,13 \text{ s}$$

$$t_{H_SII} = \frac{1}{\left(\frac{100+5}{100}\right)^2 - 1} * \frac{1,9^2}{0,0363067} = 970,06 \text{ s}$$

Die Belichtungszeit bei hintergrundlimitierten Aufnahmen gibt an, ab wann das Himmelsleuchten dominiert. Zu lange Belichtungszeiten führen beim Guiding mitunter zu Schwierigkeiten, oder es kommt bei sehr hellen Planetarischen Nebeln zur Sättigung der Pixel. Daher wird hier ein Hilfs-Faktor eingeführt, der bei Bedarf die Belichtungszeiten etwas reduziert:

$$t_{H_OIII} = \frac{429,33 \text{ s}}{2} = 214,67 \text{ s}$$

$$t_{H_{H\alpha}} = \frac{934,13 \text{ s}}{3} = 311,38 \text{ s}$$

$$t_{H_{SII}} = \frac{970,06 \text{ s}}{3} = 323,35 \text{ s}$$

Schritt 4) Berechnung der benötigten Bilderanzahl für hintergrundlimitierte Aufnahmen:

SNR = 5

$$N_{P_{OIII}} = 5^2 * \frac{(0,0272445 * 214,67) + (0,0820330 * 214,67) + (0,019 * 214,67) + 1,9^2}{0,0272445^2 * 214,67^2}$$

$N_{P_{OIII}} = 23$ Aufnahmen mit einer Belichtungszeit von 214,67 s → 81,4 min oder 1,4 h

$$N_{P_{H\alpha}} = 5^2 * \frac{(0,0339092 * 311,38) + (0,0377031 * 311,38) + (0,019 * 311,38) + 1,9^2}{0,0339092^2 * 311,38^2}$$

$N_{P_{H\alpha}} = 7$ Aufnahmen mit einer Belichtungszeit von 311,38 s → 37,0 min oder 0,6 h

$$N_{P_{SII}} = 5^2 * \frac{(0,0131621 * 323,35) + (0,0363067 * 323,35) + (0,019 * 323,35) + 1,9^2}{0,0131621^2 * 323,35^2}$$

$N_{P_{SII}} = 36$ Aufnahmen mit einer Belichtungszeit von 323,35 s → 191,5 min oder 3,2 h

Schritt 5) Überprüfung der Full Well Capacity:

$$S_{FWC_{OIII}} = (0,0272445 + 0,0820330 + 0,019) * 214,67 = 27,5 < FWC$$

$$S_{FWC_{H\alpha}} = (0,0339092 + 0,0377031 + 0,019) * 311,38 = 28,2 < FWC$$

$$S_{FWC_{SII}} = (0,0131621 + 0,0363067 + 0,019) * 323,35 = 22,1 < FWC$$